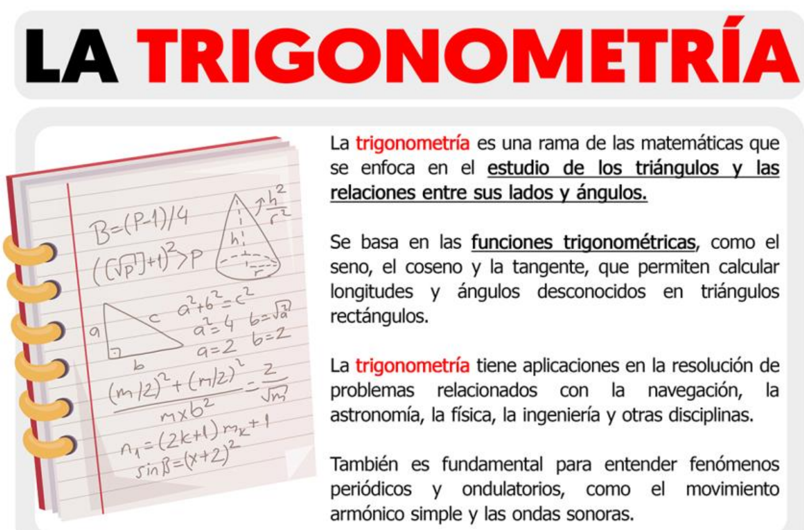
ASIGNATURA/AREA: Trigonometría	**FECHA: abril de 2025**
PERIODO: 1 de 2025	**GRADO: 10° (10°1 y 10°2)**
NOMBRE DEL DOCENTE: Jaime Buelvas	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: abril 4 de 2025	**FECHA DE SUSTENTACIÓN: Según horario organizado por coordinación.**
LOGROS: Comprensión y aplicación de los elementos básicos de la trigonometría, aplicación de ángulos y preconceptos trigonométricos, Construcción de ángulos positivos y negativos en el plano cartesiano, cálculo de ángulos coterminales, opuestos por el vértice y su relación con la trigonometría, Identificación y aplicación del teorema de Pitágoras y de ángulos interiores en un triángulo rectángulo y las relaciones trigonométricas. cumplimiento de tareas y talleres asignados relacionados con las competencias del área.	
Recursos: Hojas de bloc, lápiz, borrador, regla, lápices de colores, textos de matemáticas e internet.	

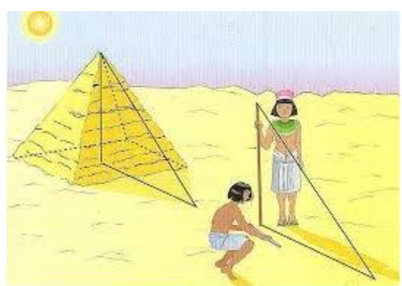
PLAN DE APOYO

ACTIVIDADES

OBSERVACIONES:	
FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO	***FECHA DE SUSTENTACIÓN***
NOMBRE DEL EDUCADOR ***Jaime Buelvas***	***FIRMA DEL EDUCADOR***

TEORÍA, EXPLICACIONES Y BIBLIOGRAFÍA

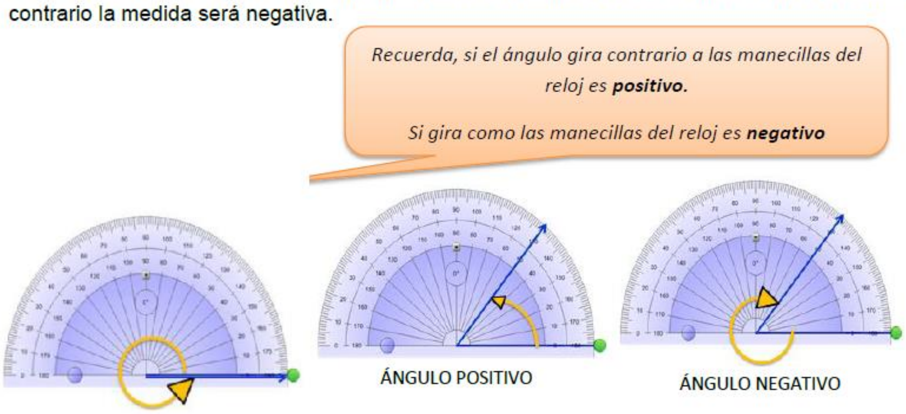




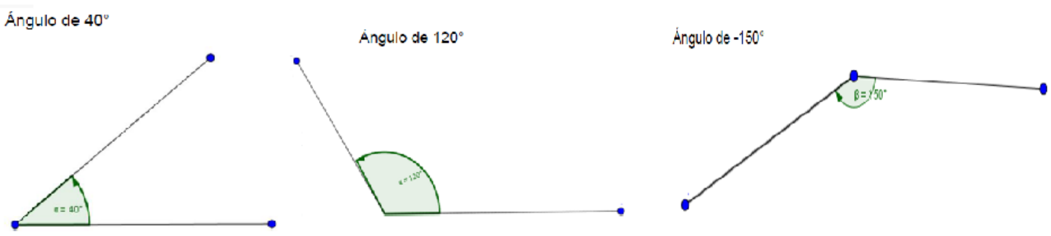
La trigonometría es una rama de la matemática, cuyo significado etimológico es 'la medición de los triángulos'. Es la parte de la matemática que establece la relación entre los ángulos y los lados de un triángulo, siendo fundamental esta relación para la resolución de problemas relacionados al cálculo de las magnitudes y medidas de lados y ángulos de triángulos semejantes y también de polígonos, ya que todos los polígonos se pueden dividir en un número determinado de triángulos, por ser el triángulo polígono de menor número de lados.

Medición de ángulos:

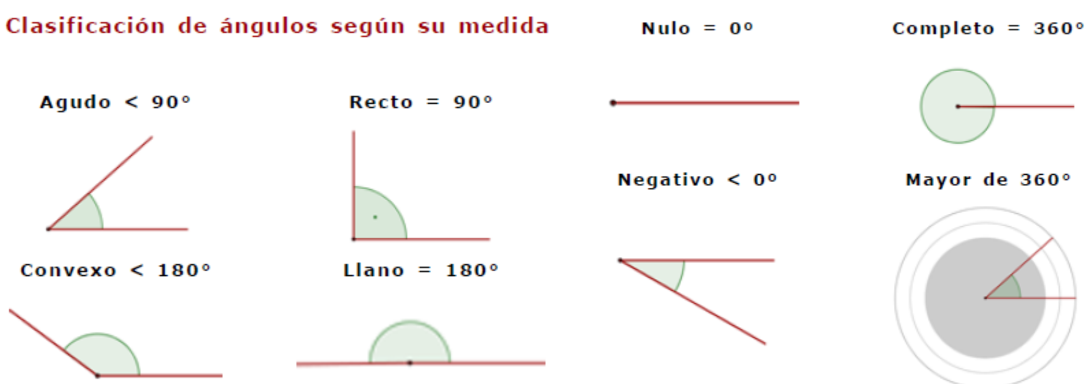
Para medir un ángulo se debe tener en cuenta si la rotación del lado terminal es en sentido contrario al de las agujas del reloj, en este caso se dirá que el ángulo es positivo, en caso contrario la medida será negativa.



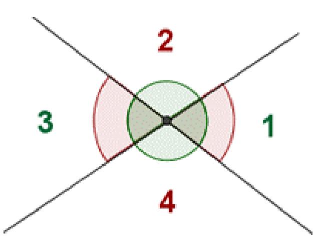
Si el lado terminal realiza una rotación completa, en el sentido contrario de las agujas del reloj, el ángulo generado mide 360°



Repaso de ángulos



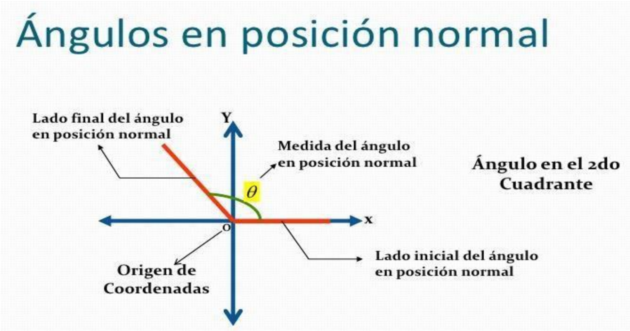
Ángulos opuestos por el vértice



Son los que teniendo el vértice común, los lados de uno son prolongación de los lados del otro.

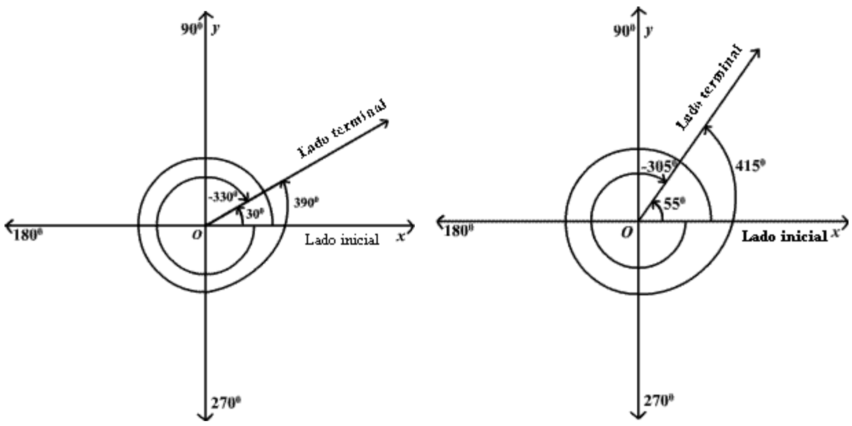
Los ángulos 1 y 3 son iguales.

Los ángulos 2 y 4 son iguales.



Un ángulo está en posición normal, si está representado en un sistema de coordenadas, en el cual su vértice es el origen y su lado inicial coincide con el semieje positivo

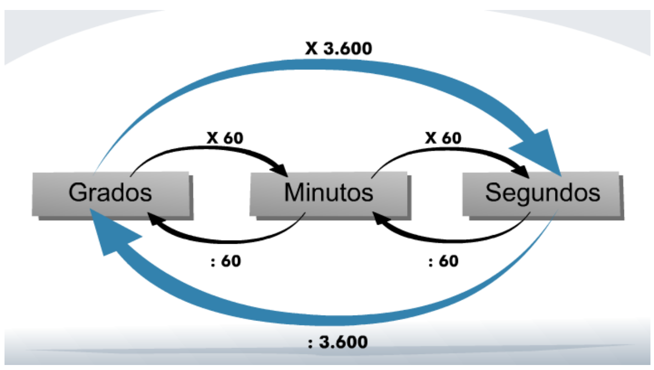
Los ángulos coterminales son ángulos en posición estándar (ángulos con el lado inicial en el eje positivo de las x) que tienen un lado terminal común. Por ejemplo 30°, –330° y 390° son todos coterminales.   La diferencia entre dos a más ángulos coterminales es el número de vueltas sobre el lado inicial.



Sistema sexagesimal

Sexagésimo hace referencia a cada una de las 60 partes en las que se divide un total.

Sexagesimal es un término que se aplica al sistema de contar o de subdividir de 60 en 60. En el sistema sexagesimal, 60 unidades de un orden forman una unidad de orden superior. Este sistema sirve para medir los ángulos y tiempos.



1h ⟶ 60 min ⟶ 60 seg

1° ⟶ 60 min ⟶ 60 seg

Los símbolos son:

Grados (°) Minutos (’) Segundos (’’)

SUMA Y RESTA DE ÁNGULOS

Para operar en el **sistema sexagesimal** debemos tener en cuenta que cada **unidad se divide en 60 unidades** de orden inferior.

1h ⟶ 60 min ⟶ 60 seg

1° ⟶ 60 min ⟶ 60 seg

Suma

1°. Se disponen las horas debajo de las horas (o los grados debajo de los grados), los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos; y se suman.

$$\begin{array}{rrrr} & 32^{o} & 24' & 48'' \\ + & 43^{o} & 49' & 25'' \\ \hline & 75^{o} & 73' & 73'' \end{array}$$

Si los segundos suman más de 60, se divide dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el cociente se sumará a los minutos.

$$\begin{array}{l|l} 73'' & 60 \\ \hline 13'' & 1' \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 74' & 60 \\ \hline 14' & 1^{o} \end{array}$$

$75^{o}\ 74'\ 13''$ Igual para los minutos. $76^{o}\ 14'\ 13''$

Resta

Se disponen las horas debajo de las horas (o los grados debajo de los grados), los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

$$\begin{array}{rrrr} & 52h & 23\ min & \boxed{18\ s} \\ - & 43h & 49\ min & 25\ s \\ \hline \end{array}$$

Se restan los segundos. Si el minuendo es menor que el sustraendo, pasamos un minuto del minuendo a 60 segundos y se lo sumamos a los segundos del minuendo. A continuación restamos los segundos.

$$\begin{array}{rrrr} & 52h & \boxed{22\ min} & 78\ s \\ - & 43h & 49\ min & 25\ s \\ \hline & & & 53\ s \end{array}$$

Igual con los minutos.

$$\begin{array}{rrrr} & 51h & 82\ min & 78\ s \\ - & 43h & 49\ min & 25\ s \\ \hline & 8h & 33\ min & 53\ s \end{array}$$

Ejemplos

1. $68^{o}\ 35'\ 42'' + 56^{o}\ 46'\ 39''$

$$\begin{array}{rrrr} & 68^{o} & 35' & 42'' \\ + & 56^{o} & 46' & 39'' \\ \hline & 124^{o} & 81' & 81'' \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 81'' & 60 \\ \hline 21'' & 1' \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 82' & 60 \\ \hline 22' & 1^{o} \end{array}$$

$125^{o}\ 22'\ 21''$

5 h 48min 50 s + 6 h 45 min 30 s + 7 h 58 min 13 s

$$\begin{array}{rrrr} & 5\ h & 48\ min & 50\ s \\ & 6\ h & 45\ min & 30\ s \\ + & 7\ h & 58\ min & 13\ s \\ \hline & 18h & 151\ min & 93\ s \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 93\ s & 60 \\ \hline 33\ s & 1\ min \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 152\ min & 60 \\ \hline 32\ min & 2\ h \end{array}$$

18h 152 min 33s $\boxed{20\ h\ \ 32\ min\ \ 33\ s}$

Halla el ángulo complementario y el suplementario de 38° 36' 43''

Debe cumplirse que 38° 36' 43'' y su complementario sumen 90°

$$\begin{array}{rlll} & 90^\circ & & \\ - & 38^\circ & 36' & 43'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rlll} & 89^\circ & 60' & \\ - & 38^\circ & 36' & 43'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rlll} & 89^\circ & 59' & 60'' \\ - & 38^\circ & 36' & 43'' \\ \hline & 51^\circ & 23' & 17'' \end{array}$$

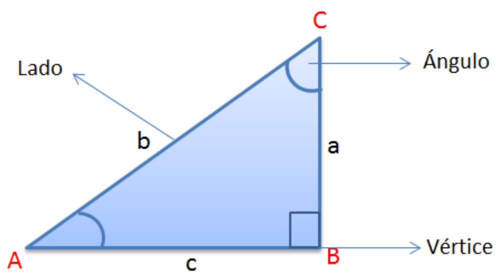
Debe cumplirse que 38° 36' 43'' y su suplementario sumen 180°

$$\begin{array}{rlll} & 180^\circ & & \\ - & 38^\circ & 36' & 43'' \\ \hline \end{array}$$

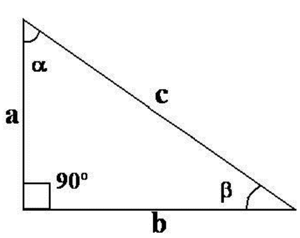
$$\begin{array}{rlll} & 179^\circ & 60' & \\ - & 38^\circ & 36' & 43'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rlll} & 179^\circ & 59' & 60'' \\ - & 38^\circ & 36' & 43'' \\ \hline & 141^\circ & 23' & 17'' \end{array}$$

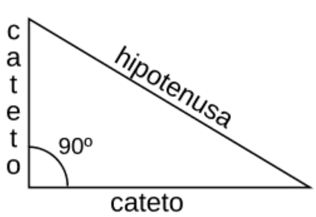
Triángulos rectángulos y teoremas

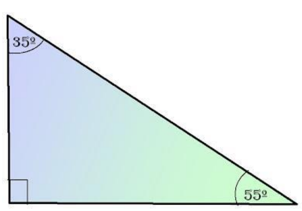
Un triángulo es la porción de plano limitado por tres rectas que se cortan dos a dos. Los puntos de intersección son los vértices del triángulo A, B y C. Los segmentos determinados son los lados del triángulo a, b y c. Los lados forman los ángulos interiores. Un triángulo tiene 3 elementos: 3 ángulos, 3 vértices y 3 lados. La suma de los tres ángulos internos de un triángulo suma 180°.



Triángulo Rectángulo: cuando tiene un ángulo recto (mide 90°). Los lados que forman el ángulo recto se llaman ***catetos*** y el lado opuesto al ángulo se conoce como ***hipotenusa.***





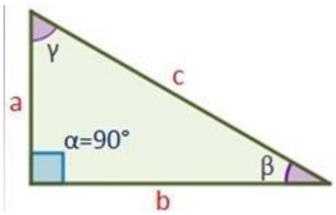


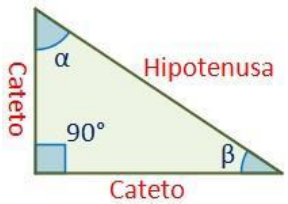
TRIÁNGULO RECTÁNGULO Y TEOREMA DE PITÁGORAS

TRIÁNGULO RECTÁNGULO: Un triángulo rectángulo es el que tiene un ángulo recto (es decir, mide 90°) en uno de sus ángulos agudos.

Los lados en un triángulo rectángulo tienen nombres, de esta forma llamamos hipotenusa al lado de mayor tamaño que además es el que siempre se encuentra en el lado opuesto al ángulo interno que es el que tiene 90° como medida, los otros dos lados reciben la denominación de catetos y la intersección de ambos se lleva a cabo en el ángulo rectángulo interno característico de todo triángulo rectángulo.

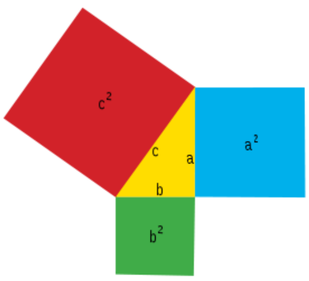
En todo **triángulo rectángulo** se cumple que: Tiene dos ángulos agudos. La hipotenusa es mayor que cualquiera de los catetos. La altura que parte del vértice del ángulo recto, coincide con un cateto, con tal de considerar al otro cateto como una base.

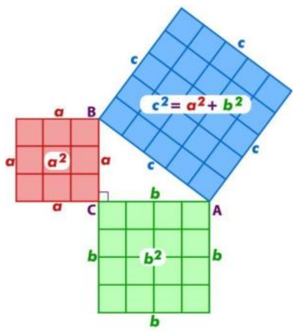




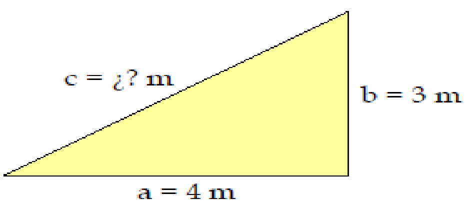
TEOREMA DE PITÁGORAS

Este teorema indica la relación existente entre los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo en donde si elevamos al cuadrado cada uno de los dos catetos y sumamos ambos, tendremos una medida igual al cuadrado de la hipotenusa.





Para el siguiente triángulo rectángulo, calcula el lado desconocido c.



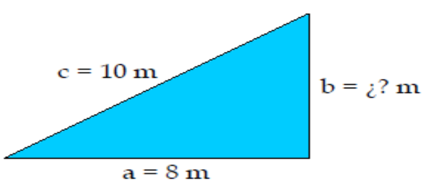
Solución:

Usamos el Teorema de Pitágoras, el cuál está dado por: $a^2+b^2=c^2$

Buscamos c. Sustituyamos los datos dados:

$$a^2+b^2=c^2 \Rightarrow 4^2+3^2=c^2 \Rightarrow c^2=16+9 \Rightarrow c=\sqrt{25} \Rightarrow c=5\ \text{m}.$$

Para el siguiente triángulo rectángulo, calcula el lado desconocido b.



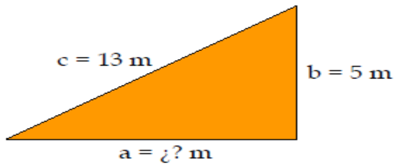
Solución:

Usamos el Teorema de Pitágoras, el cuál está dado por: $a^2+b^2=c^2$

Buscamos **b**. Sustituyamos los datos dados:

$$a^2+b^2=c^2 \Rightarrow 8^2+b^2=10^2 \Rightarrow b^2=100-64 \Rightarrow b=\sqrt{36} \Rightarrow b=6\ \text{m}.$$

Para el siguiente triángulo rectángulo, calcula el lado desconocido a.



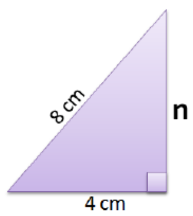
Solución:

Usamos el Teorema de Pitágoras, el cuál está dado por: $a^2 + b^2 = c^2$

Buscamos a. Sustituyamos los datos dados:

$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 + 5^2 = 13^2 \Rightarrow a^2 = 169 - 25 \Rightarrow a = \sqrt{144} \Rightarrow a = 12 \text{ m}$.

En el siguiente triángulo hallar el valor de ***N***



- ✓ Lo primero que se debe tener en cuenta es identificar qué lado se va a calcular, en este caso ***N*** corresponde al valor de un cateto.
- ✓ Para calcular el cateto se le resta al cuadrado de la hipotenusa el cuadrado del otro cateto:

$N^2 = (8\text{ cm})^2 - (4\text{ cm})^2$ $N^2 = 64\text{ cm}^2 - 16\text{ cm}^2$ $N^2 = 48\text{ cm}^2$

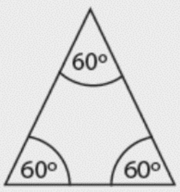
Para eliminar el exponente de la incógnita se le saca raíz cuadrada al resultado obtenido de la resta anterior. $N = \sqrt{48\, cm^2} =$

Ángulos interiores de un triángulo

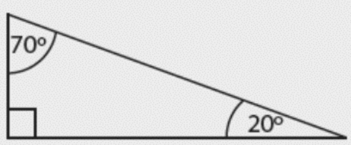
Comprobar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180º

Ejemplo:

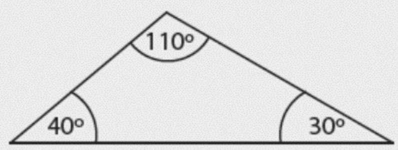
Observa que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180º.



Triángulo equilátero
60º + 60º + 60º = 180º



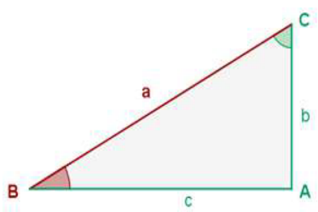
Triángulo Rectángulo
90º + 70º + 20 º = 180º



Triángulo Obtusángulo
110º + 40º + 30º = 180º

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Para establecer las razones trigonométricas, en cualquier triángulo rectángulo, es necesario conocer sus elementos:



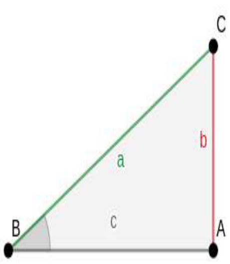
1. Los ángulos con vértice en **B** y **C** son agudos, el ángulo con vértice en **A** es recto.
2. Este triángulo se caracteriza por que el lado **a** es la **hipotenusa** y los lados **b** y **c** son los catetos.
3. De acuerdo al ángulo del triángulo se establecen dos catetos:

- **Cateto adyacente** es aquel que forma parte del ángulo al cual se hace referencia.
- **Cateto opuesto** es el lado que no forma parte del ángulo que se toma como referencia y se encuentra enfrente de este.

Seno

El seno del ángulo B es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa. Se denota por sen B.

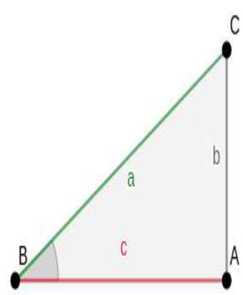
$$\text{sen } B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$



Coseno

El coseno del ángulo B es la razón entre el cateto adyacente o contiguo al ángulo y la hipotenusa. Se denota por cos B.

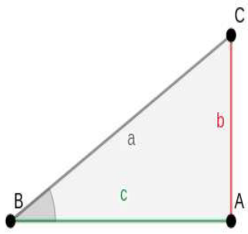
$$\cos B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$



Tangente

La tangente del ángulo B es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto adyacente al ángulo. Se denota por tan B o tg B.

$$\tan B = \frac{\operatorname{sen} B}{\cos B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$

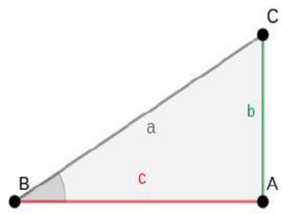


Cotangente

La cotangente del ángulo B es la razón inversa de la tangente de B.

Se denota por cot B o ctg B.

$$\cot B = \frac{1}{\tan B} = \frac{\cos B}{\operatorname{sen} B} = \frac{\text{adyacente}}{\text{opuesto}} = \frac{c}{b}$$

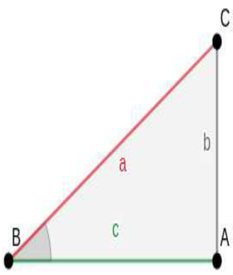


Secante

La secante del ángulo B es la razón inversa del coseno de B.

Se denota por sec B.

$$\sec B = \frac{1}{\cos B} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{c}$$

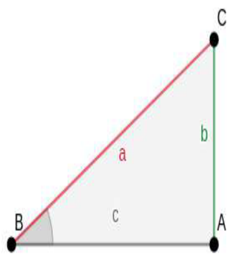


Cosecante

La cosecante del ángulo B es la razón inversa del seno de B.

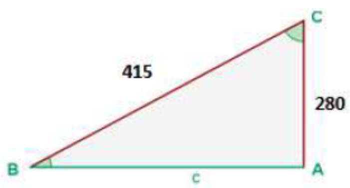
Se denota por csc B o cosec B.

$$\csc B = \frac{1}{\operatorname{sen} B} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{b}$$



EJEMPLOS

1. De un triángulo rectángulo ABC, se conocen: **a** = 415m y **b** = 280m. Resolver el triángulo (Es decir determinar todos los valores que hacen falta)

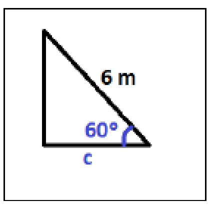


$$SenB = \frac{280}{415} = 0,6747$$
$$B = arcSen(0,6747)$$
$$B = 42°$$

$$C = 90° - 42°$$
$$C = 48°$$

$$CosB = \frac{c}{415}$$
$$c = 415 * Cos42°$$
$$c = 308$$

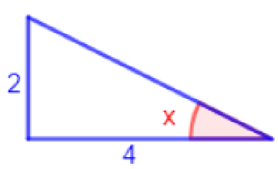
2. Calcular el lado c del siguiente triángulo:



$$\cos \hat{B} = \frac{Cateto\ Adyacente}{Hipotenusa}$$

$$\cos 60 = \frac{c}{6}$$
$$c = \cos 60.6$$
$$c = 0,5.6$$
$$c = 3\ m$$

3. Calcular el valor de x en la figura utilizando las razones trigonométricas:



Como conocemos el lado opuesto y el contiguo al ángulo, utilizamos la tangente:

$$\tan(\alpha) = \frac{\textbf{opuesto}}{\textbf{contiguo}}$$
$$\tan(x) = \frac{2}{4} = 0.5$$

Despejamos la incógnita:

$$x = \arctan(0.5) = $$
$$= 26.565°$$

Por tanto, el ángulo mide, aproximadamente, 26.565°.

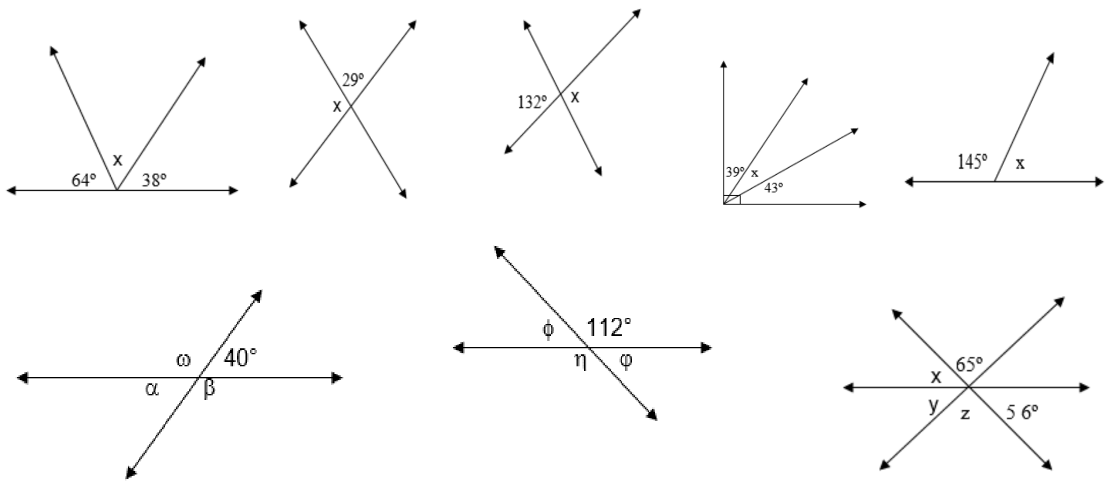
EJERCICIOS O TALLER

Este taller representa la forma como se evaluará o sustentará el plan de apoyo.

1. Realizar la representación gráfica de los siguientes ángulos y determinar en cuál cuadrante se encuentran

- 50°
- 45°
- 400°
- -100°
- 180°
- -210°
- 750°
- -60°
- 270°
- 445°
- 320°
- -270°

2. Calcular los ángulos desconocidos. (opuestos por el vértice complementarios y suplementarios)



3.
Determina si el par de ángulos dados son coterminales, no olvides demostrar tu respuesta:

a. 100 y 460´

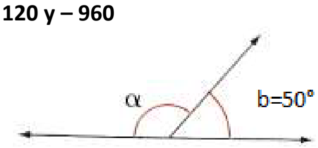
b. 150 y 870

c. -510 y 750

d. 102 y -78

e. 120 y – 960

4.



El ángulo b, representa un ángulo:

a) obtuso b) agudo c) llano d) complementario

la suma de los dos ángulos señalados representa un ángulo:

a) obtuso b) agudo c) llano d) complementario

5. La palabra trigonometría significa: **a)** El origen de la trigonometría b) las medidas de las figuras trigonométrica c) El estudio de las figuras geométricas de tres lados d) Tres triángulos

6. Realiza las siguiente sumas o restas entre ángulos, recuerda simplificar el resultado de la suma

a) 25° 30' + 10° 30'

b) 90° – 50° 30'

c) 25° 30' + 40° 30'

d) 57° 45' – 47° 15'

e) 44° 53' 37" + 32° 35' 42"

f) 83° 25' 12" – 35° 48' 30"

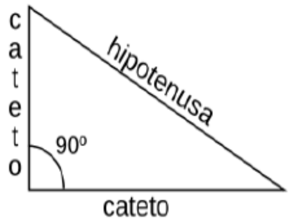
g) 36° 42' 25" + 47° 23' 52"

h) 125° 44' 18" – 47° 51' 23"

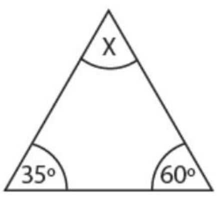
7. Un ángulo agudo de un triángulo rectángulo mide 23° 44' 53". ¿Cuánto mide cada uno de los otros ángulos?

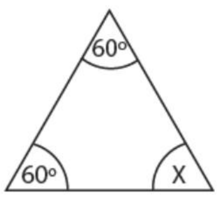
8. Un ángulo mide 43° 28' 45". Halla cuánto mide el complementario.

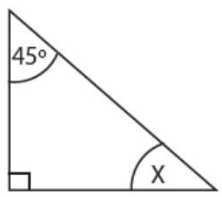
9. Aplica el teorema de Pitágoras y halla el lado faltante del triángulo en cada caso

	Cateto	Cateto	Hipotenusa
1		8	10
2	5	12	
3	1		$\sqrt{2}$
4		$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
5	$\sqrt{10}$		$\sqrt{15}$

10. Aplique el teorema de Ángulos interiores y halle el ángulo faltante en cada triángulo

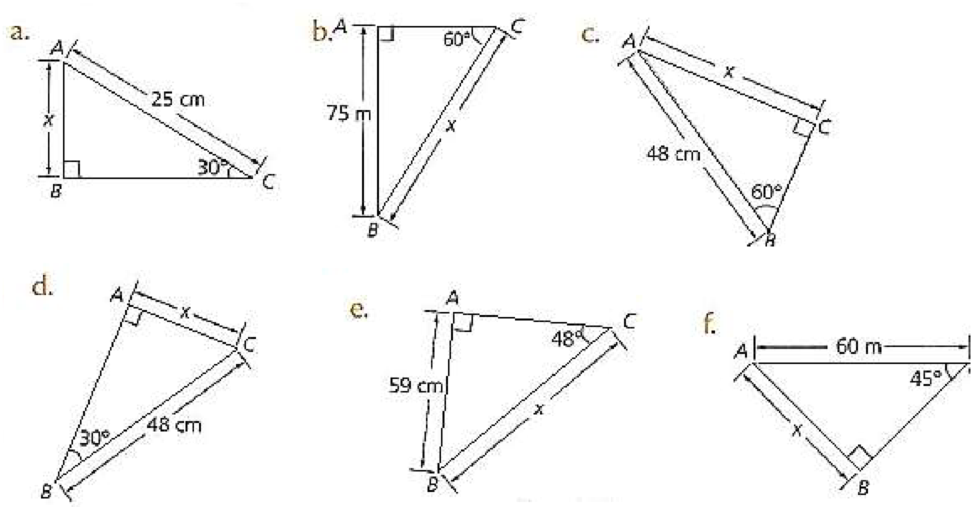






x = ________ x = ________ x = ________

11. Aplique las funciones trigonométricas y calcule el valor desconocido en cada triángulo



INDICACIONES

Cada estudiante en supervisión del acudiente o padre de familia de ponerse al día con las actividades realizadas en clases y las diversas consultas y tareas planteadas, ponerse al día con el cuaderno con todas las actividades desarrolladas a la fecha

Estudiar las competencias desarrolladas con los temas:
Introducción a la trigonometría, origen de la trigonometría, conceptos previos y básicos de la trigonometría: concepto y representación de ángulos: Angulo agudo, obtuso, plano o llano, recto, completo, mayor que un giro, nulo, ángulos complementarios y suplementarios, ángulos opuestos por el vértice.
Construir de forma geométrica con el transportados cada uno de estos ángulos y sus propiedades

Construir y calcular los ángulos opuestos por el vértice, construir de forma geométrica un ángulo en posición normal en el plano cartesiano, ángulos positivos y negativos. Construir y calcular los ángulos coterminales

Aplicar los teoremas de Pitágoras y ángulos interiores de un triángulo en un triángulo rectángulo, aplicar las funciones trigonométricas para hallar un dato faltante en un triángulo rectángulo

Corregir, estudiar y analizar la evaluación de periodo y las actividades evaluadas en clase

Presentar la evaluación de plan de apoyo en la fecha programada por la Institución, la calificación sacada en la evaluación es la nota que quedará como definitiva del periodo como plan de apoyo

Se insta a la familia a hacer el acompañamiento respectivo para que el estudiante alcance los desempeños del área

Bibliografía y recursos digitales

Ángulos:

https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas-primaria/matematicas-sexto-primaria-11-anos/los-angulos-l7461

Clasificación de ángulos

https://www.webcolegios.com/file/6a5726.pdf

Ángulo en posición normal

https://matemovil.com/angulos-en-posicion-normal-ejercicios-resueltos/

Ángulos coterminales

https://matematicasintermedias.files.wordpress.com/2013/11/ang-coterminales.pdf

Teorema de Pitágoras:
https://www.youtube.com/watch?v=XfVWlO3sRw0&list=PLeySRPnY35dEhLLuHkysDw31hjMgjnISQ

https://www.youtube.com/watch?v=2UbdPiqAiHY&list=PLeySRPnY35dEhLLuHkysDw31hjMgjnISQ&index=2

https://www.youtube.com/watch?v=CJ8bpjhwA2k&list=PLeySRPnY35dEhLLuHkysDw31hjMgjnISQ&index=3

Teorema de ángulos interiores:

Funciones trigonométricas: https://www.youtube.com/watch?v=yVTQ0oJBGag

https://www.youtube.com/watch?v=0lvThesvzGQ

https://www.youtube.com/watch?v=7pUi5lvLf7c&list=PLeySRPnY35dEAIFYvOhtD2cztVuq15qw1

https://www.youtube.com/watch?v=2gW-c3KYrWA